

閉区間の最大値と最小値を調べる

Jin

2026 年 8 月 7 日

微分の演習から一問です。 $f'(x) = 0$ になる点だけを調べて終わりにしていたのですが、閉区間では端点での値も必要でした。

1 問題

$$f(x) = x^3 - 3x^2 - 1, \quad [-1, 3]$$

について、最大値と最小値を求めます。

2 計算

$$f'(x) = 3x^2 - 6x = 3x(x - 2) \tag{1}$$

なので、 $f'(x) = 0$ は $x = 0, 2$ です。どちらも区間に入ります。

停留点だけでなく、端点 $x = -1, 3$ も含めて値を並べます。

$$f(0) = -1, \tag{2}$$

$$f(2) = 8 - 12 - 1 = -5, \tag{3}$$

$$f(-1) = -5, \tag{4}$$

$$f(3) = -1. \tag{5}$$

したがって、最大値は -1 ($x = 0, 3$)、最小値は -5 ($x = -1, 2$) です。

3 やり直したところ

最初は $f(0)$ と $f(2)$ しか計算していませんでした。この問題では最大値と最小値の数だけは偶然同じになりますが、それを取る x を二つずつ落としてしまいます。

閉区間の問題では、 $f'(x) = 0$ の解を書いたあとに端点も同じ列に並べてから値を比べることにします。