

拡大係数行列の計算を一問

Jin

2026 年 8 月 2 日

線形代数の演習で出てきた連立方程式です。行基本変形の途中を飛ばすと、どの行を使ったのか分からなくなかったので、行の操作も書いて計算し直しました。

1 問題

次の連立方程式を解きます。

$$\begin{cases} x + 2y + z = 2 \\ 2x + y - z = 1 \\ x - y + 2z = 3 \end{cases} \quad (1)$$

2 行基本変形

拡大係数行列にすると

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 & 3 \end{array} \right). \quad (2)$$

R_i を第 i 行と書くことにします。まず $R_2 \leftarrow R_2 - 2R_1$ 、 $R_3 \leftarrow R_3 - R_1$ とすると、

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & -3 & -3 & -3 \\ 0 & -3 & 1 & 1 \end{array} \right) \quad (3)$$

次に $R_2 \leftarrow -\frac{1}{3}R_2$ として、

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -3 & 1 & 1 \end{array} \right). \quad (4)$$

$R_3 \leftarrow R_3 + 3R_2$ 、 $R_3 \leftarrow \frac{1}{4}R_3$ と進めると

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array} \right). \quad (5)$$

下から戻すと $z = 1$ 、 $y = 0$ 、 $x = 1$ なので、

$$(x, y, z) = (1, 0, 1). \quad (6)$$

3 確認

一回目は、 R_2 を -3 で割ったあとも、割る前の R_2 を見て R_3 を計算していました。行列を一段ずつ書くといけやすかったです。

$(x, y, z) = (1, 0, 1)$ を元の三つの式に代入すると、右辺は順に $2, 1, 3$ となりました。